

CONTROLE CONTINU N°1 DU SECOND SEMESTRE

Il sera tenu compte, pour l'évaluation des copies, de la présentation ainsi que de la clarté et de la rigueur des solutions proposées. Les téléphones portables sont interdits.

=====

EXERCICE 1 : (4,5 points)

1. Donner la définition d'une équation du second degré (0,5pt)

2. On donne le trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$, $\Delta = b^2 - 4ac$ son discriminant, .

(a) Montrer que $T(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$ (1 pt)

(b) Sous quelle forme est écrit $T(x)$ (0,25pt)

(c) Montrer que si $\Delta > 0$ alors l'équation $T(x) = 0$ admet deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad (0,75pt)$$

(d) On donne le tableau de signe de $T(x)$ et t un réel tel que $t < 0$

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
$T(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Répondre par vrai ou faux en justifiant (3 × 0,5pt)

i) $c < 0$ ii) $T\left(-\frac{t^2 + 2023}{2023}\right) > 0$ iii) $T\left(-\frac{2023}{t^2 + 2023}\right) < 0$

iiii) Donner les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $-T(x) < 0$ (0,5pt)

=====

EXERCICE 2 : (7,5 points)

1. On considère l'équation $(E) : -2x^2 - x\sqrt{5} + 3 = 0$

(a) Justifier que (E) admet deux racines distinctes x_1 et x_2 (0,5pt)

(b) Sans calculer le discriminant calculer $A = (x_1 \times x_2)^2$ et $B = x_1^2 + x_2^2$ (0,75pt+0,75pt)

2. Soit l'équation $(E_1) : ax^2 + bx + c = 0$ où a, b et c des réels tels que $a \neq 0$ et $a + b + c = 0$

(a) Montrer que 1 est une solution de (E_1) (0,5pt)

(b) Trouver l'autre solution (0,5pt)

(c) Résoudre alors l'équation $(E_2) : \sqrt{3}x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ (0,5pt)

3. Justifier que l'équation $3x^2 + 8x + 5 = 0$ a pour solution dans $\mathbb{R} : x_1 = -1$ et $x_2 = -\frac{5}{3}$ (0,5pt)

4. Dédire de la question précédente la résolution des équations :

(a) $3\left(\frac{x+1}{2x+1}\right)^2 + 8\left(\frac{x+1}{2x+1}\right) + 5 = 0$ (1pt)

(b) $3x^2 + 8|x| + 5 = 0$ (0,5pt)

(c) $3(E(x))^2 + 8(E(x)) + 5 = 0$ où $E(x)$ désigne la partie entière du réel x (0,75pt)

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3x^2 + 8x + 5 < 0$: (1pt)

Tournez la page

EXERCICE 3 : (8 points)

On considère dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

les vecteurs $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$ et $\vec{v} = -\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$

1. Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ forme une base (0,75pt)
2. Exprimer alors les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ (1)

3. Soient $A(-1, 2)$, $\vec{W}(4, -1)$, $(D) : x - y - 2 = 0$ et $(D') : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- (a) Déterminer une représentation paramétrique de (D) (1pt)
 - (b) Déterminer une équation cartésienne de (D') (1 pt)
 - (c) Déterminer l'équation de la droite (Δ) passant par A et de vecteur directeur $\vec{W}$ (1pt)
 - (d) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (D) et (Δ) (1pt)
4. Soit $(D_m) : (m + 2)x + (1 - m)y + 2 - 2m = 0$
 - (a) Montrer que (D_m) est une droite pour tout réel m (0,75pt)
 - (b) Déterminer m pour que (D_m) passe par le point A (0,75pt)
 - (c) Déterminer m pour que (D_m) soit perpendiculaire à la droite (Δ) (0,75pt)

BON TRAVAIL !!!