



Devoir No 1 semestre No1 de Mathématiques
Mercredi 13/11/2024 de 09h à 12h (03h)

Exercice 01 (10 points)

A) Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x + 1} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x) ; \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - 1}{\cos 2x} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2 + 1} ;$$

B) soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

1) Etudier la continuité de f sur D_f .

2) Montrer que f est dérivable en 0, et préciser la tangente à (C_f) en $A(0 ; \frac{1}{2})$.

C) h est la fonction définie par : $h(x) = \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$

a. Déterminer Dh .

b. h est-elle prolongeable par continuité en $x_0 = 0$?, si oui définir ce prolongement.

Problème (10 points)

Soit la fonction numérique f définie par : $f(x) = x + \sqrt{|x^2 - 1|}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 2cm.

1. Donner l'ensemble de définition D_f de la fonction f . Etudier les limites aux bornes de D_f .

2. a) Etudier la dérivabilité de f sur D_f .

b) Calculer $f'(x)$ puis donner le tableau de variation de f .

c) Chercher les branches infinies de la courbe C_f de f .

3. Représenter la courbe C_f .

4. Soit g la restriction de f à l'intervalle $\left[-1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$.

a) Prouver que g réalise une bijection de $\left[-1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$ vers un intervalle J à préciser.

b) On appelle g^{-1} la réciproque de g définie sur J .

c) Préciser l'ensemble de dérivabilité de g^{-1} sur J .

Donner une équation de la tangente à la courbe $C_{g^{-1}}$ de g^{-1} en $x_0 = 1$.

Citation du jour

Les bonnes Mathématiques, ce n'est pas le nombre de réponse que vous savez. C'est la façon dont vous vous comportez lorsque vous ne savez pas.