SERIE N°1 :ÉQUATIONS-INÉQUATIONS-SYSTÈMES

☞Exercice 1

Résoudre dans R les équations suivantes :

a) $x^2+6x+5=0$ b) $-x^2-2x\sqrt{2}+3=0$

c) $x^2+x+4=0$ d) $(4x^2-4x+1)(-5x^2+3x+2)=0$

e) $\frac{x+1}{2x^2+1}=\frac{5}{x+3}$ f) $\frac{3x}{x+3}-\frac{x+1}{x}=-\frac{13}{2}$

g) $|x^2+x-6|=3x+5$ h) $5x^4-3x^2-2=0$

2)Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $(\frac{x^2-1}{x})^2-5(\frac{x^2-1}{x})+6=0$ b) $1-\frac{5}{x^2}+\frac{6}{x^4}=0$

c)$x-5\sqrt{x}+6=0$ d) $x^2-5|x|+6=0$

☞Exercice 2

Soit l'équation : $x^2+9x-2=0$ Sans calculer le discriminant du trinôme associé, justifier que l'équation admet deux solutions distinctes x_1 et x_2.

Sans déterminer les solutions x_1 et x_2, calculer les expressions suivantes :

$T=x_1^2+x_2^2$ $U=x_1^3+x_2^3$ V=$\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}$ W=$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$

X=$(2x_1-5x_2)(2x_2-5x_1)$ Y=$\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}$

✍Exercice 3 :DEVOIR LDTHD 2020

Soit $(E): 4x^2-(\sqrt{6}+4\sqrt{3})x+\sqrt{18}=0$

1-Vérifier que $\frac{\sqrt{6}}{4}$ est solution de (E)

2-Sans calculer le discriminant déterminer de deux manières différentes l'autre solution de (E)

3-En déduire le signe de :

$T(x)=-4x^2+(\sqrt{6}+4\sqrt{3})x-\sqrt{18}$ et sans calcul, le signe de T(1)

4-Résoudre dans $\mathbb{R}$ en utilisant le changement de variable $X=x+\frac{1}{x}$ l'équation

(E) : $6x^2+\frac{6}{x^2}-5x-\frac{5}{x}-38=0$ (on exprimera $x^2+\frac{1}{x^2}$ en fonction de X^2)

☞Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :

a) $2x^2-4x+1\leq 0$ b) $-x^2+6x-5<0$

c) $x^2-14x+49\geq 0$ d) $x^2-14x+49>0$

e) $\frac{2x^2+12x-5}{-15x^2-x+6}\leq 0$ f) $\frac{x^2-6x-7}{5-2x}>0$

g) $(3x^2-x+1)(2x^2+9x-4)\leq 0$ h) $\frac{3x^2+8x-11}{2x^2+5x-7}\geq 1$

☞Exercice 5 Devoir Lycée Danthiady 2022

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
   (a) $\sqrt{-x^2+5x+9}=\sqrt{x-3}$ (1pt)
   (b) $\sqrt{x^2-x-2}=x+1$ (1pt)
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.
   (a) $\sqrt{(x+3)(x-1)}\leq x-3$ (1,5pt)
   (b) $\sqrt{-5x+1}\geq\sqrt{x^2-3x+2}$ (1pt)
   (c) $x^4+x^2-12\leq 0$ (1pt)

☞Exercice 6

On considère l'équation :

$(E): (m+1)x^2-(m+3)x+3-m=0.$

1) Déterminer m pour que 1 soit racine de (E).

2) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles :

a) l'équation (E) admet deux racines distinctes.

b) l'équation (E) admet deux racines de signes contraires.

c) l'équation (E) admet deux racines de même signe.

3) Dans le cas où les racines x_1 etx_2 existent déterminer m pour que : a) ${x_1}^2+{x_2}^2=1$; b) $x_1+x_2=5x_1x_2$

✍Exercice 7 : Devoir LDTHD 2020**(6 points)**

Soit l'équation (E) de paramètre m donnée par :

(E) : $(m-1)x^2-2mx+2=0.$

❶ Pour quelle(s) valeur(s) de m , 1 est solution de (E) : (1pt)

❷ Montrer que (E) admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 quel que soit $m\neq 1$. (1pt)

❸ Pour quelle(s) valeur(s) de m, les solutions x_1 et x_2 de (E) :

- ❶ sont strictement positives ? (1pt)
- ❷ sont strictement négatives ? (1pt)
- ❸ sont de signes opposés ? (1pt)
- ❹ sont des opposées ? (1pt)

☞Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

1. $\sqrt{2-x^2}-\sqrt{x^2-1}=0$;
2. $\sqrt{4-x^2}=x-1$;
3. $\sqrt{x^2-9}+x=9$;
4. $\sqrt{x^2-9}+x=-9$;
5. $\sqrt{x^3+3x^2-x+1}=x-3$;
6. $\sqrt{x^3+3x^2-x+1}=3-x$;

☞Exercice 9

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes :

1. $\sqrt{2x+3}>\sqrt{x-1}$;
2. $\sqrt{3-2x}>\sqrt{x}$;
3. $\sqrt{2(x^2-2x+2)}<\sqrt{x^2+1}$;
4. $\sqrt{3x^2+2x-1}<\sqrt{2x^2+x+1}$;
5. $\sqrt{x^2+6x+6}\geq|2x+1|$;
6. $\sqrt{3(x^2-1)}>2x-1$;
7. $\sqrt{5x-4}\geq\sqrt{x}+2$;

✍**Exercice 10** : Devoir LDTHD 2019

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\sqrt{25-x^2} = 7-x$ (1pt)

b) $\sqrt{x^2-6x} = \sqrt{x-6}$ (1 pt)

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquation suivantes :

c) $\sqrt{x+2} \leq x-1$ (1pt)

d) $\sqrt{7-6x} > 2x+1$ (1,5pt)

e) $\sqrt{2x^2-7x+4} \geq \sqrt{x^2+3x-5}$ (1,5pt)

3. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant par la méthode du pivot de Gauss :

$$(2)\begin{cases} 4x+5y+3z=2 \\ x-3y+6z=11 \\ 2x+y+z=0 \end{cases}$$ (2pt)

4. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant

$$\begin{cases} xy=-6 \\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{13}{36} \end{cases}$$ (1,5pt)

☞**Exercice 11**

1. Déterminer le nombre réel m pour que système suivant ait un couple unique de solution :

$$\begin{cases} (m-1)x-2y &= m \\ 4x-(m+1)y &= m+1 \end{cases}$$

2. Résoudre, en utilisant un changement d'inconnues, chacun des systèmes d'équations suivants :

(a) $\begin{cases} \frac{4}{x}-\frac{5}{y} &= -3 \\ \frac{2}{x}-\frac{3}{y} &= 1 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} 5(x+y)-3(x-y) &= 9\sqrt{2} \\ 3(x+y)+(x-y) &= 4\sqrt{2} \end{cases}$

(c) $\begin{cases} 2\sqrt{x}+3\sqrt{y} &= -1 \\ \sqrt{x}+2\sqrt{y} &= 2 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} 4x^2-y^2 &= 12 \\ x^2+y^2 &= 3 \end{cases}$

3. Résoudre les systèmes suivants :

(a) $\begin{cases} 2x+3y-5z &= -11 \\ 4x+y-2z &= -8 \\ x-2y+z &= -2 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x-2y+z &= -5 \\ -x+y+2z &= -4 \\ 2x-y-z &= 5 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x+2y+3z &= -2 \\ 2x+3y+z &= 1 \\ 3x+y+2z &= 1 \end{cases}$

☞**Exercice 12** Devoir 1 LDTHD 2023-2024

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

(a) $\sqrt{x^2-x-6} = \sqrt{4-x^2}$ **(1pt)**

(b) $-x+\sqrt{4x^2-x-4} = 2$ **(1pt)**

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

(a) $\sqrt{x+4} \leq -x+2$ **(1,5pt)**

(b) $\sqrt{x^2+1} > \sqrt{2(x^2-2x+2)}$ **(1pt)**

(c) $2x^4+x^2-3<0$ **(1pt)**

3. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du Pivot de GAUSS le système $\begin{cases} x-2y+z=-5 \\ -x+y+2z=-4 \\ 2x-y-z=5 \end{cases}$

(1,5pt)

4. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} x^2+y^2=85 \\ xy=18 \end{cases}$ **(1 pt)**

☞**Exercice 13**

Résoudre par la méthode de Gauss les systèmes suivants

1. $\begin{cases} x+2y+3z &= 4 \\ 7x+3y+7z &= 9 \\ 5x+y-z &= 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x-3y+5z &= 8 \\ 5x+2y-z &= -2 \\ 12x+y+3z &= 4 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x+y+z+t &= 1 \\ x+2y+3z+4t &= 2 \\ x+4y+9z+16t &= 3 \\ x+8y+27z+64t &= 4 \end{cases}$

☞**Exercice 14**

Le plan est muni du repère (O, I, J).

1. Représenter graphiquement l'ensemble E des points M dont les coordonnées $(x;y)$ vérifient le système $(\sum)$ d'inéquations :

$$\begin{cases} x+2y &\geq 6 \\ 5x+4y &\leq 40 \\ x &\geq 0 \\ 0 \leq y &\leq 7 \end{cases}$$

2. Parmi les points de E, déterminer ceux dont les coordonnées :

(a) rendent maximale l'expression $x+y$.

(b) rendent maximale en nombre entier $x+y$. Préciser les valeurs de ces maximums.

(c) Parmi les points de E, déterminer celui dont les coordonnées rendent minimal l'expression $2x+y$. Préciser la valeur de ce minimum.