

DEVOIR 1 DE MATHÉMATIQUES DU 1er SEMESTRE / DUREE: 2H

EXERCICE 1 : (3 points)

Recopier en complétant les pointillés par ce qui convient.

- 1) Si x est un réel négatif alors $|x| = \dots$ **(0,5 pt)**
- 2) Si x et y sont deux réels tels que $y \geq 0$ alors $\sqrt{x^2 y} = \dots$ **(0,5 pt)**
- 3) Pour tous réels x et y , la forme factorisée de $x^3 + y^3 = \dots$ **(0,5 pt)**
- 4) La distance entre deux réels x et y notée $d(x; y)$ est définie par $d(x; y) = \dots$ **(0,5 pt)**
- 5) Pour tous réels x et $r > 0$, $|x| \geq a \Leftrightarrow \dots$ **(1 pt)**

EXERCICE 2 : (4 points)

1) Ecrire sous forme de fraction irréductible $A = \frac{1 - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \div \frac{1 - \frac{1}{7}}{2 - \frac{1}{3}}$ **(1 pt)**

2) Mettre sous la forme d'un produit de puissances de nombres premiers.

$$A = \frac{(6^3)^4 \times 30^{-2} \times (16^2)^3}{(25)^3 \times (12^4)} \quad B = \frac{(-15^2)^3 \times (-6^2 \times 5)^{-2} \times (-8^{-2})^{-3}}{(-14 \times 9^2)^2 \times 36^{-2}} \quad (2 \times$$

1 pt)

3) Calculer $E = (\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} - \sqrt{11 + 4\sqrt{7}})^2$. **(1 pt)**

EXERCICE 3 : (8 points)

1. Résoudre dans \mathbb{R} **(5×1 pt)**

a) $|-3x + 2| = 2$ b) $|3x - 7| \leq 5$ c) $|-x + 4| = x + 3$

d) $|8x - 6| < -9$ e) $\sqrt{(-2x + 3)^2} \geq 1$

2. a) Exprimer sans le symbole de la valeur absolue : **(2 pts)**

$$f(x) = |-5x + 2| + 2|2x + 1|$$

b) En déduire la résolution de l'équation $f(x) = 1$. **(1 pt)**

EXERCICE 4 : (5 points)

Soient a , b et c trois réels strictement positifs.

1) Montrer que $a^2 + b^2 \geq 2ab$. **(1 pt)**

2) En déduire que $\frac{1}{a^2 + b^2} \leq \frac{1}{2ab}$. **(1 pt)**

3) En déduire que $\frac{a+b}{a^2+b^2} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$. **(1 pt)**

4) Donner deux autres inégalités du même type que la question 3) avec les réels a , b et c . **(1 pt)**

5) En déduire que $\frac{a+b}{a^2+b^2} + \frac{b+c}{b^2+c^2} + \frac{a+c}{a^2+c^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. **(1 pt)**

DEVOIR 1 DE MATHEMATIQUES DU 1er SEMESTRE / DUREE: 2H