Ministère de l'Education nationale
INSPECTION D'ACADEMIE DE RUFISQUE

Année scolaire 2024-2025	**Série d'exercices** BARYCENTRE	Niveau 2nde S Cellule Mixte de Maths

Les exercices $1, 2, 3, 4, 6, 10, 11, 13, 16, 17, 18$ et 19 sont à traiter obligatoirement en classe.

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, déterminer deux réels α et β pour que G soit le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) :

1. $2\overrightarrow{AG} + 3\overrightarrow{GB} = \vec{0}$
2. $2\overrightarrow{GA} + 5\overrightarrow{AB} = \vec{0}$
3. $5\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{AB}$
4. $\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{BA}$

Exercice 2

Soit A, B et C trois points du plan tels que
$2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{CA} = 5\overrightarrow{BA}$
Montrer que A est le barycentre des points B et C en déterminant leurs poids.

Exercice 3

Soit $ABCD$ un parallélogramme, M le milieu de $[AB]$ et G le point d'intersection de (AC) et (DM).

1. Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(D, 1)$ et (M, x) où x est un réel à déterminer.
2. Déterminer le réel y tel que $\overrightarrow{AG} = y\overrightarrow{AC}$

Exercice 4

Soit G, H, K et L quatre points d'une droite graduée comme le montre la figure suivante :

Déterminer dans chacun des cas, les réels α et β :

1. H est le barycentre des points (G, α) et (K, β)
2. K est le barycentre des points (G, α) et (L, β)
3. $\alpha\overrightarrow{KG} + \beta\overrightarrow{KH} + (\alpha + \beta)\overrightarrow{KL} = \vec{0}$

Exercice 5

Soit $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tel que $x + y \neq 0$ et $xy \neq 0$.
Soit H et K deux points du plan et G le barycentre des points pondérés (H, x) et (K, y).

1. Montrer que H est le barycentre des points pondérés $(G, x + y)$ et $(K, -y)$
2. Montrer que K est le barycentre des points pondérés $(G, x + y)$ et $(H, -y)$

Exercice 6

1. Soit G le barycentre des points pondérés $(A, \sqrt{8})$ et $(B, -\sqrt{2})$.
   Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(A, -2)$ et $(B, 1)$
2. Soit E le barycentre des points pondérés $(F, 1)$ et $(H, \sqrt{2} - 1)$.
   Montrer que E est le barycentre des points pondérés $(F, \sqrt{2} + 1)$ et $(H, 1)$

Exercice 7

Soit K le barycentre des points pondérés $\left(N, \dfrac{m^2 - 1}{2}\right)$ et $\left(N, \dfrac{m - 1}{2m}\right)$ où $m \in \mathbb{R}^* \setminus \{1\}$.
Montrer que K est le barycentre des points pondérés $(N, m + 1)$ et $\left(M, \dfrac{1}{m}\right)$

Exercice 8

Soit ABC un triangle et A' le milieu de $[BC]$.
Soit E un point de $[A'C]$ tel que $A'E = \dfrac{1}{2}A'B$ et F le symétrique de A par rapport à B.
Exprimer F comme barycentre des points A et B affectés des coefficients à déterminer.

Exercice 9

Soit ABC un triangle et I le milieu du segment $[AB]$.
Soit E le barycentre des points pondérés $(A, 1)$ et $(C, 2)$.
Soit F le barycentre des points pondérés $(B, -1)$ et $(C, 2)$.
Montrer que $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{IF} = 3\overrightarrow{IE}$ puis construire les points E et F.

Exercice 10

Soit A, B et C trois points duplan tels que
$2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{CA} = 5\overrightarrow{BA}$

1. Montrer que A est le barycntre des points B et C affectés à des coefficients que l'on déterminera.
2. Construire A, B et C sachant que $AB = 2$ cm

Exercice 11

Dans chacun des cas suivants, déterminer trois réels α, β et γ pour que H soit le barycentre du sytème pondéré $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$:

a. $3\overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{HB} + 4\overrightarrow{CH} = \vec{0}$
b. $7\overrightarrow{BC} + 5\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{HA} = \vec{0}$
c. $(\sqrt{2} - 1)\overrightarrow{AH} + 3\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{BC}$
d. $\overrightarrow{AH} + \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$

☞ Exercice 12

Soit ABC et $A'B'C'$ deux triangles dans le plan ayant le même centre de gravité G.
Etablir l'égalité $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=\vec{0}$

☞ Exercice 13

ABC est un triangle. I et G sont les points tels que : $\overrightarrow{AI}=-2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{5}\overrightarrow{CI}$. J est le barycentre de $\{(A;3),(C;4)\}$.

1. Exprimer I comme barycentre des points A et B affectés de coefficients à déterminer.
2. Exprimer G comme barycentre des points C et I affectés de coefficients à déterminer.
3. Démontrer que G est le barycentre de $\{(A;3),(B;-2),(C;4)\}$.
4. Démontrer que les droites (BG) et (AC) se coupent en J.

☞ Exercice 14

Soient A et B deux points distincts. On note K le milieu de $[AB]$.

1. Construire le point A' barycentre de $\{(A;2),(B;-3)\}$ et le point B' barycentre de $\{(A;-3),(B;2)\}$.
2. Montrer que A' et B' sont symétriques par rapport à K.

☞ Exercice 15

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O.
I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ du parallélogramme $ABCD$.
G est l'isobarycentre des points A, B et D.
Reconnaître, en donnant les justifications nécessaires, les points suivants :

1. P barycentre de $(A;3),(B;3)$.
2. Q barycentre de $(A;-1),(O;-2)$.
3. R barycentre de $\{(I;1),(J;-1),(K;1)\}$.
4. S barycentre de $\{(D;2),(B;2),(C;-1)\}$.

☞ Exercice 16

ABC est un triangle. On appelle I le milieu de $[BC]$ et G le barycentre des points pondérés $(A;-1),(B;2),(C;2)$.

1. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AG}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AI}$.
2. Soit H le symétrique du point A par rapport au point B. Démontrer que les points C, G et H sont alignés.

☞ Exercice 17

Soit ABC un triangle et M un point du plan.
On pose $\vec{v}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}$

1. Montrer que $\vec{v}$ est indépendant du point M.
2. Soit K le barycentre des points $(B;1)$ et $(C;-3)$.
   Montrer que $\vec{v}=2\overrightarrow{KA}$
3. Soit G le barycentre du système $\{(A;2),(B,-1);(C,-3)\}$
   - a. Déterminer puis construire l'ensemble des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\|=\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\|$
   - b. Déterminer puis construire l'ensemble des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$

☞ Exercice 18

Soit A et B deux points du plan.
Déterminer l'ensemble des points M du plan dans chacun des cas suivants :

1. $\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=3AB$
2. $\|3\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}\|=5$
3. $\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$
4. $\|-\alpha\overrightarrow{MA}+(\alpha+1)\overrightarrow{MB}\|=k$; $(\alpha,k)\in\mathbb{R}^*\times\mathbb{R}^*$

☞ Exercice 19

Soit ABC un triangle et G son centre de gravité.
On note H le barycentre du système pondéré $\{(A;1),(B,3);(C,-2)\}$.
Déterminer l'ensemble des points M du plan dans chacun des cas suivants :

1. $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{BC}$ soient colinéaires.
2. $\|-2\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\|=\sqrt{14}$
3. $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ soient colinéaires.