

EQUATIONS ET INEQUATIONS DU SECOND DEGRE :

Exercice 1 : Résoudre dans IR les équations suivantes :

- 1) $x^2 + x - 2 = 0$; 2) $x^2 - 5x + 7 = 0$; 3) $4x^2 + 12x + 9 = 0$; 4) $x^2 + x - 3 = 0$
 5) $x^2 - 6x + 7 = 0$; 6) $9x^2 - 6x + 1 = 0$; 7) $2x^2 + 9x = -7$; 8) $x^2 + x = 20$
 9) $3x^2 - 5x = -11$; 10) $2x^2 + 9x = -7$; 11) $4t^2 = t - 3$; 12) $-2t^2 = 1 - 3t$

Exercice2 : Résoudre dans IR les équations et inéquations suivantes :

- 1) $-3x^2 - x - 7 \geq 0$ 2) $-\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{2}x - 1 < 0$ 3) $-x^2 + x + (1 + \sqrt{2})x - \sqrt{3} \leq 0$ 4) $\frac{3x}{x+3} - \frac{x+1}{x} = -\frac{13}{2}$
 5) $\frac{1-x}{x+3} = \frac{x-1}{-5x}$ 6) $\frac{x-5}{x+2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{2}{3}$ 7) $(x-x^2)^2 - 9(x-x^2) - 10 = 0$ 8) $3\left(\frac{x-2}{x}\right)^2 - 7\left(\frac{x-2}{x}\right) + 4 = 0$
 9) $-(|x|+x)^2 - 2(|x|+x) + \frac{5}{4} = 0$ 10) $x|x-1| + x - 1 = 0$ 11) $2x|x| - 6x - 2 = 0$ 12) $x^2 - 3|x| + 2 = 0$
 13) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$

Exercice3 : Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

- 1) $-3x^2 - x - 7 \geq 0$ 2) $-\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{2}x - 1 < 0$ 3) $-x^2 + x + (1 + \sqrt{2})x - \sqrt{3} \leq 0$
 4) $4x < \frac{2x-1}{x+2}$ 5) $(3x^2 - x + 1)^2 \geq (2x^2 + 9x - 4)^2$ 6) $\left|\frac{3x^2 - 2x + 1}{x-3}\right| \leq 1$
 7) $\frac{x^2 + 6x - 7}{-9x^2 + 6x - 1} \leq 0$ 8) $\begin{cases} -2x^2 - 5x + 3 \leq 0 \\ x^2 + 3x - 4 \leq 0 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} x^2 + x - 2 > 0 \\ 5x < 3 - 2x^2 \end{cases}$

Exercice4 : Résoudre dans IR² les systèmes suivants :

- 1) $\begin{cases} x + y = 2 \\ xy = -24 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 52 \\ x + y = 8 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x - y = -1 \\ xy = 20 \end{cases}$
 5) $\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 5 \\ xy = 2 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{1}{6} \\ x + y = 3 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^3 + y^3 = 7 \end{cases}$

Exercice5 : Soit $m \in \mathbb{R}$ et $(Em) : (m-1)x^2 + 2x - m - 2 = 0$

- 1) Pour quelles valeurs de m (Em) est-elle du second degré ?
 2) Quelles sont les valeurs de m telles que (Em) n'admet pas de solutions ?
 3) Quelles sont les valeurs de m telles que (Em) admet une solution double ?
 4) Quelles sont les valeurs de m telles que (Em) admet deux solutions distinctes ?

Exercice6 : Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante en discutant suivant les valeurs du paramètre m :

$$(m-1)x^2 + 2(m-2)x + m + 2 = 0$$

Exercice7 : On considère l'équation $(E) : 2x^4 - 11x^3 + 19x^2 - 11x + 2 = 0$. Démontrer que (E) est équivalente sur \mathbb{R}^* à l'équation $2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 11\left(x + \frac{1}{x}\right) + 15 = 0$. En déduire la résolution de (E)

Exercice8 : On considère l'équation $(E) : (m+1)x^2 + 2mx + m + 1 = 0$

1) Etudier suivant les valeurs de m l'existence des solutions de (E)

2) Montrer que si (E) admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 , elles vérifient une relation indépendante de m

3) Déterminer m pour que les racines vérifient :

a) $x_1^2 + x_2^2 = 1$; b) $x_1 + x_2 = 5x_1x_2$; c) $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 6$

Exercice9 : On considère l'équation $x^2 + 2mx - m - 1 = 0$ avec m un réel.

1) Montrer que pour toute valeur de m (E) admet deux racines distinctes

2) Calculer la somme S et le produit P des racines et trouver une relation indépendante de m entre S et P

3) Pour quelles valeurs de m (E) admet-elle :

a) deux solutions inverses l'une de l'autre

b) deux solutions dont la somme des inverses est égale à 8

c) deux solutions positives.

EXERCICE 10

Résoudre les problèmes suivants :

1) Déterminer la somme de deux nombres entiers naturels consécutifs sachant que la somme de leurs carrés est 2 813.

2) Trouver un nombre sachant que si l'on ajoute 10 à son triple, on obtient son carré.

3) Des élèves veulent faire un voyage. Le transporteur a fait un prix global 1 200 F. Quatre élèves supplémentaires s'ajoutent à cette sortie et chacun paie ainsi 10 F de moins.

Quel est le nombre d'élèves participant à cette excursion ?