

BARYCENTRE :

EXERCICE 1 :

$ABCD$ est un quadrilatère et G est le barycentre de $(A, 1); (B, 1); (C, 3); (D, 3)$. Construire le point G

EXERCICE 2 : ABC est un triangle

- 1) G est le barycentre de $(A, 1); (B, 2)$ et $(C, 3)$. Construire G
- 2) Construire G' barycentre de $(A, 1); (B, 3)$ et $(C, -3)$.
- 3) Démontrer que (AG') est parallèle à (BC)

EXERCICE 3 : B est le milieu de $[AC]$. Démontrer que le barycentre de $(A, 1); (C, 3)$ est confondu avec celui de $(B, 2); (C, 2)$

EXERCICE 4 :

Dans le triangle ABC , E est le milieu de $[AB]$ et G est le barycentre de $(A, -2); (B, -2)$ et $(C, 15)$. Démontrer que G, C et E sont alignés.

EXERCICE 5 : ABC est triangle. On note G le barycentre de $(A, 2); (B, 1)$ et $(C, 1)$. Le but de l'exercice est de déterminer la position précise de du point G

- 1) Soit K le milieu de $[BC]$. Montrer $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GK}$
- 2) En déduire que G est le barycentre de A et K munis de coefficients que l'on précisera.

EXERCICE 6 :

Etant donné un triangle ABC , on désigne par B' et C' les milieux respectifs de $[AC]$ et $[AB]$; et par I et J les points définis par $\vec{BI} = \frac{1}{3}\vec{BC}$ et $\vec{BJ} = \frac{2}{3}\vec{BC}$.

Enfin on définit le point H par $\vec{CH} = \frac{3}{5}\vec{C'J}$

- 1) Faire une figure. Que peut-on dire des points H et I ?
- 2) Montrer que H est le barycentre de $(A, 1); (B, 2)$ et $(C, 2)$.
- 3) Montrer alors que I, B' et H sont alignés.

EXERCICE 7 :

Soient A et B deux points tels que $AB = 10\text{cm}$

- 1) Construire le barycentre C de $(A, 2)$ et $(B, 3)$ et le barycentre D de $(A, 3)$ et $(B, 2)$
- 2) Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que $\|2\vec{MA} + 3\vec{MB}\| = \|3\vec{MA} + 2\vec{MB}\|$

EXERCICE 8 :

Soit ABC un triangle, A' le barycentre des points pondérés $(B, -1); (C, 2)$; B' le barycentre $(A, 3)$ et $(C, 2)$ et C' le barycentre $(A, 3)$ et $(B, -1)$

- 1) Placer A', B' et C' .
- 2) Soit G le barycentre de $(A, 3); (B, -1)$ et $(C, 2)$. Montrer que : $3\vec{GA} + \vec{GA'} = \vec{0}$. En déduire que G est un point de (AA')
- 3) Montrer que les droites $(AA'), (BB')$ et (CC') est concourantes

EXERCICE 9 :

Soit ABC un triangle. Soient I et J les points définis par : $\vec{AI} = \frac{3}{4}\vec{AB}$ et $\vec{AJ} = \frac{2}{3}\vec{AC}$. Les droites (BJ) et (CI) se coupent en G . La droite (AG) coupe (BC) en K .

- 1) Faire une figure.
- 2) Trouver les réels a, b et c tels que I soit le barycentre de $\{(A, a)(B, b)\}$ et J le barycentre du système $\{(A, a)(C, c)\}$
- 3) Montrer que le barycentre du système $\{(A, a)(B, b)(C, c)\}$ est le point G . En déduire que K est le barycentre (B, b) et (C, c) et donner la position de K sur la droite (BC) .

EXERCICE 10 :

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O .

- 1) Définir vectoriellement et placer les points I, J et K définis par : I est le barycentre de $(A, 5)$ et $(B, -2)$; J le barycentre de $(B, 1)$ et $(C, -2)$; K le barycentre de $(C, -5)$ et $(D, 2)$ et L le barycentre de $(D, -1)$ et $(A, 2)$.
- 2) Démontrer que $IJKL$ est un parallélogramme de centre O .

EXERCICE 11 :

On se donne un triangle ABC . Pour tout point M du plan, on pose : $f(M) = 2\vec{MA} - 3\vec{MB} + \vec{MC}$

- 1) P désignant un point quelconque du plan, prouver que : $f(M) = f(P)$ (f constante)
- 2) Construire G_1 barycentre de $(B, -3)$ et $(C, 1)$. Montrer que $f(M) = 2\vec{G_1A}$
- 3) Construire G_2 barycentre de $(A, 2)$ et $(C, 1)$. Montrer que $f(M) = 3\vec{G_2A}$