

DEVOIR DE MATHEMATIQUES DU SECOND SEMESTRE

DUREE 2h-30mns

Exercice 1 : (8 points)

1/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $-(x^2 - 3x)^2 + 2(x^2 - 3x) + 8 = 0$ (2 pt)

2/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a/
$$\begin{cases} 5x^2 - 3x - 2 > 0 \\ -3x + x^2 < 0 \end{cases}$$
 (2 pts)

b/
$$\frac{-3x^2 - 5x + 2}{7x^2 - 20x - 3} \geq 0$$
 (2

pts)

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équations suivantes :
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x + y = -2 \end{cases}$$
 (2 pts)

Exercice 2 : (7 points)I- Soit $t(x) = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont trois réels données dont le signe est donné dans le tableau suivant :

x	$-\infty$		2		$\frac{-2}{5}$		$+\infty$
$t(x)$	-		0	+	0	-	

1)a) Donner le signe de a . (0,5 pt)b) Montrer que $5b = -8a$ et que $5c = -4a$. (1 pts)c) En déduire le signe de chacun des réels b et c . (1 pt)2) On donne $a = -5$ déterminer b et c . (1 pt)3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $(x^2 + x - 2)(-5x^2 + 8x + 4) \geq 0$. (1 pt)

II-

On donne le tableau de signe de $A(x)$ et $B(x)$ avec :

$A(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$ et

$B(x) = a'x^2 + b'x + c'$; $a' \neq 0$

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$	
$A(x)$	+	○	-	-	○	+
$B(x)$	-	-	○	+	○	-

Par lecture de ce tableau :

a) Déterminer le signe de $A(\frac{1}{2+x^2})$ et $B(2+x^{2012})$. (1 pt)b) Déterminer les signes de a , a' , c et c' . (1,5 pt)

TOURNER LA PAGE SVP !

Exercice 3 : (5 points)

1) Résoudre par la méthode de Cramer le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - 5y = 23 \end{cases} \quad \textbf{(2 pts)}$$

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 4x + ay = b \end{cases}$$

2. À quelle condition sur le nombre a le système a-t-il une solution unique ? **(1 pt)**

3. On suppose dans cette question que $a = 12$.

À quelle condition sur le nombre b le système a-t-il une infinité de solutions ? **(1 pt)**

4. Résoudre le système dans le cas où $a = 2$ et $b = 2$. **(1 pt)**