RÉPUBLIQUE DU SÉNÉGAL

Un Peuple – Un But – Une Foi

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

INSPECTION D'ACADEMIE DE RUFISQUE

BAC BLANC **NIVEAU : TERMINALE S2** **Année : 2022/2023**

Epreuve : Mathématiques **Durée : 04H**

Exercice 1 : 04,5 points

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$.

1) On considère le polynôme P défini par :
$P(z) = -z^3 + (2i - 2)z^2 + (3 + 18i)z - 20 + 40i$ où z est un nombre complexe.
Déterminer la racine réelle de $P(z)$, puis résoudre l'équation P(z) = 0. **(0,5+0,75pt)**
2) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $4, 1 + 2i$ et $- 3 - 4i$.
   a. Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. **(1pt)**
   b. En déduire la nature exacte du triangle ABC. **(0,5pt)**
3) Soit f la transformation d'écriture complexe : $z' = -2iz - 3 + 4i$.
   a. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation f. **(0,75pt)**
   b. Montrer que f(A) = C. **(0,5pt)**
   c. Soit (D) la droite d'équation $2x - y + 1 = 0$ et (D') son image par f.

   Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D'). **(0,5pt)**

Exercice 2 : 04,5 points

Une urne contient 4 boules rouges numérotées 0, 0, 0, 1 et trois boules vertes numérotées 0, 0, 1.

- Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard deux boules de l'urne.
- Soit les événements suivants :
  - A « obtenir une boule rouge et une boule verte »
  - B « obtenir deux boules de même numéro »
  - C « obtenir deux boules de même numéro et de même couleur »

1. Calculer $p(A), p(B)$ **(0,5pt x2)**
2. Montrer que $p(C) = \frac{4}{21}$. **(0,5pt)**
3. On répète l'épreuve trois fois de suite dans les mêmes conditions de façon indépendante en remettant à chaque fois les deux boules tirées dans l'urne.
   On note X la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'événement C est réalisé.
   a. Déterminer l'ensemble des valeurs possibles de X. **(0,5pt)**
   b. Déterminer la loi de probabilité de X. **(1pt)**
   c. Calculer l'espérance mathématique de X. **(0,5pt)**
   d. Calculer la variance et l'écart type de X. **(0,25ptx2)**
   e. Calculer la probabilité que l'événement C se réalise au moins une fois. **(0,5pt)**

Problème (11 points)

PARTIE A (1,5 point)

Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = \ln\left(1+\frac{2}{x}\right) - \frac{2}{x+2}$

1a . Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de g. **0,5pt**

b. Déterminer les variations de g puis dresser son tableau **0,5pt**

2. En déduire le signe de g. **0,5pt**

PARTIE B (8,5 points)

On considère la fonction f de IR vers IR définie par :

$$f(x) = \begin{cases} -1+e^{2x} & , \text{ si } x \leq 0 \\ x\ln\left(1+\frac{2}{x}\right) & , \text{ si } x > 0 \end{cases}.$$

On désigne par (C) sa representation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$

3a. Justifier que l'ensemble de définition de f est IR. **0,5pt**

b. Déterminer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$. **0,5pt**

c. Démontrer que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$. **0,5pt**

2a. Justifier que la fonction f est continue en 0. **0,5pt**

b. Démontrer que f est continue sur IR. **0,5pt**

c. Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter les résultats obtenus. **1,5pt**

3. Etudier le sens de variations de f sur $]-\infty, 0[$. **1,5pt**

4a. Calculer $f'(x)$ pour tout x élément de $]0,+\infty[$. **0,5pt**

b. Déterminer le sens de variations de f sur $]0,+\infty[$. **0,5pt**

c. Dresser le tableau de variation de f. **0,5pt**

d. Construire la courbe (C). **1,5pt**

PARTIE C (1 point)

6. Soit h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty, 0[$.

a. Montrer que h réalise une bijection de $]-\infty, 0[$ vers un intervalle J à préciser. **0,25pt**

b. Déterminer le sens de variation de h^{-1}la bijection réciproque de h. **0,25pt**

c. Construire dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ $(C_{h^{-1}})$ la courbe représentative de la fonction h^{-1}. **0,5pt**