

IA DE KAOLACK**LYCEE MABA DIAKHOU BA Classe : 1S₁****Année scolaire : 2024-2025****Cellule de Mathématique****DEVOIR N°1 DU SECOND SEMESTRE****DUREE : 4H****EXERCICE : 1 (0.75 x 5 points)**

Choisit la bonne réponse

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
$\forall x_0 \in \mathbb{Z} \lim_{x \rightarrow x_0^-} E(x)$	x_0	$-x_0 - 1$	$x_0 - 1$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{E(-\sqrt{x})}{x}$	$+\infty$	0	$-\infty$
$\cos 5x$	$16 \cos^5 x - 20 \cos^3 x + 5 \sin x$	$16 \cos^5 x - 20 \cos^3 x + 5 \cos x$	$16 \cos^5 x + 20 \cos^3 x - 5 \cos x$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - 1}{\cos x - 1}$	-24	24	25
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\tan(x - \sqrt{x^2 + 3})}{x - \sqrt{x^2 + 3}}$	0	1	-1

EXERCICE : 2 (04 points)Soit $f(x) = E \left[x - 2E \left(\frac{x}{2} \right) \right]$.

- 1) Montrer que 2 est une période de f .
- 2) Montrer que $f(x) = \begin{cases} E(x) & \text{si } x \in]0; 2[\\ E(x+2) & \text{si } x \in]-2; 0[\end{cases}$
- 3) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
- 4) f est-elle continue en 0 ?.
- 5) Pour $n \in \mathbb{N}^*$ donner l'expression de f sur $[2n; 2(n+1)[$

EXERCICE : 3 (06 points)Soit a ; b et c trois réels tels que $a+b+c=0$ et $f(x) = \frac{bx^2 + (a+1)x - 3}{ax^2 - 3x + c}$

- 1) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ on distinguera les cas suivant
 $(a; b) \neq (0; 0)$; $(a; b) = (0; 0)$ et $(a = -1 \text{ et } b = 0)$
- 2) On suppose que $a \neq 0$ et 1 est une racine de $ax^2 - 3x + c$
 - a) Montrer que $Df = \mathbb{R}' \setminus \left\{ 1; -1 - \frac{b}{a} \right\}$

b) Montrer si $bc^2 - 3a^2 + (a+1)ac > 0$ et $a > 0$ alors

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \frac{c}{a}} f(x) = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow \frac{c}{a}} f(x) = -\infty & \text{si } a > c \\ \lim_{x \rightarrow \frac{c}{a}} f(x) = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow \frac{c}{a}} f(x) = +\infty & \text{si } a < c \end{cases}$$

3) On suppose que $a \neq 0$, $a \neq c$ et $b \neq 0$ et que 1 est une racine de $ax^2 - 3x + c$ et de $bx^2 + (a+1)x - 3$

a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{(b+3)}{(a-c)}$

b) f est-elle prolongeable par continuité en 1

EXERCICE : 4 (03 points)

Soit (C_1) et (C_2) deux cercles sécants en A et en B. Soit I un point de (C_1) distinct de A et de B et soit J un point de (C_2) distinct de A et de B tels que I, J et A ne soient pas alignés. Une droite passant par B coupe (C_1) en M et (C_2) en N.

On suppose que les droites (IM) et (JN) sont sécantes en K.

Démontrer que les points A, I, J et K sont cocycliques

EXERCICE : 5 (03,25 points)

1) Montrer les formules suivantes

a) $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos a \cos b$

b) $\cos p + \cos q = 2\cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

2) Soient α, β, λ trois nombres réels tels que : $0 < \alpha < \beta < \lambda < \pi$. A, B, C sont les points du cercle trigonométrique tels que $(\vec{i}, \overrightarrow{OA}) = \alpha$, $(\vec{i}, \overrightarrow{OB}) = \beta$ et $(\vec{i}, \overrightarrow{OC}) = \lambda$.

a) Montrer l'égalité : $\|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\|^2 = 3 + 2\cos(\alpha - \beta) + 2\cos(\beta - \lambda) + 2\cos(\lambda - \alpha)$.

b) Montrer alors que : $\|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\|^2 = 1 + 8\cos \frac{(\alpha - \beta)}{2} \cos \frac{(\beta - \lambda)}{2} \cos \frac{(\alpha - \lambda)}{2}$.

En déduire l'inégalité : $\|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\| \geq 1$